

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ**

К.Н.Байдовлетова
С.А.Рахимбердинова

«Назарбаев Зияткерлік мектептері» АҚ

Математикалық олимпиадаға дайындық

5-6 сыныптар

Семей-2011

Авторлар: Байдовлетова К.Н.
Рахимбердинова С.А.

Пікір жазған: **Ф.Х.Вильданова**
Шәкәрім атындығы СМУ
жоғары математика кафедрасының
доценті, физика-математика
ғылымдарының кандидаты

«Математикалық олимпиадаға дайындық» атты оқу құралы

оқу бағдарламасында кездеспейтін логикалық, шығармашылық, қызықты және қиындатылған есептерден құрастырылған. Оқушыны өз бетімен жұмыс істеуге икемдейді, сонымен қатар оның ғылыми тұрғыда ойлануына, танымдық және шығармашылық қабілеттерінің оянуына ықпал жасайды. Логикалық есептер оқушыны зерделілікке, тапқырлыққа, ұстамдылыққа, шапшаң есептеу қабілетін дамытуға, ойын ұштай түсіп, еңбектену білуге тәрбиелейді. Соның нәтижесінде оқушы математикалық біліктілігі мен дағдысын олимпиадада көрсете алады. Оқушы өз білімінің деңгейі мен біліктілігін тексеру мақсатында әртүрлі логикалық есептердің шешілу тәсілдері көрсетілген. Тереңдетілген бағытта алынған тапсырмалар оқушылардың жас ерекшеліктерін ескеріп, білімдерін жетілдіріп, дамытуға арналған.

Жинақтағы тапсырмалар 5-6 сынып оқушыларына арналған. Сонымен қатар ұстаздар мен ата-аналарға да қызықты және пайдалы болады деп есептеймін.

МАЗМҰНЫ

Санды есептер.....	4
Сандар тізбегі.....	7
Адамның жасын есептеуге берілген есептер.....	12
Құюға берілген есептер.....	14
Әртүрлі логикалық есептер	18
Дирихле принципі.....	27
Таразыда өлшеу.....	30
Қиюға берілген есептер.....	34
Қолданылған әдебиеттер.....	36

Санды есептер

Санды есептер басқатырғыш ретінде беріледі. Осындай есептерді шешу кезінде асығыстық жасамай, оқушылардың біраз ойлануларына мүмкіндік беру керек.

Байдовлетова Кулянхан Нурмуханбетовна

Рахимбердинова Сауле Айдарбековна

№1. Қосындысын тап: $5+10+15+20+25+\dots+100$.

Шешуі: Гаусс әдісін қолданғанда қосындысының мәні 105 болатын сандардың 10 жұбы пайда болады.

$$5+10+15+20+\dots+100 = (5+100)+(10+95)+(15+90)+\dots+(50+55)=105 \cdot 10=1050.$$

Жауабы: 1050.

№2. $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 99 \cdot 100$ саны неше нөлмен аяқталады?

Шешуі: 5 цифрын жұп санға көбейткенде санның соңғы цифры нөлмен аяқталады. Сол үшін көбейтіндідегі бестіктердің санын анықтау керек. Әр бесінші сан 5-ке бөлінетіндіктен 100-ді 5-ке бөлгенде 20 бестік, ал 25, 50, 75, 100 сандарында 2 бестік, барлығы 24 бестік болады. Ол сан 24 нөлмен аяқталады.

Жауабы: 24 нөл.

№3. 1-ден 1000 000 аралығындағы барлық натурал сандардың жазылуында қолданылатын цифрлардың қосындысы нешеге тең? Жауабыңды негізде.

Шешуі: 1-ден бастап 999 998 аралығындағы сандарды

$(1;999\ 998), (2;999\ 997), \dots, (142\ 375; 857\ 624)$ және т.с.с етіп жұптағанда, әрқайсысында цифрларының қосындысы 54 болатын 499 999 сандар жұбы пайда болады. 999 999 бен 1 000 000-ды есептегенде, нәтижесінде:

$$500\ 000 \cdot 54 + 1 = 27\ 000\ 001 \text{ болады.}$$

Жауабы: 27 000 001.

№4. Көбейтіндіні есепте:

$$(100-1^2) \cdot (100-2^2) \cdot (100-3^2) \cdot \dots \cdot (100-25^2).$$

«Математикалық олимпиадаға дайындық»

атты оқу құралы

Теруге 4.02.2011 ж. жіберілді.
Басуға 23.02.2011 ж. қол қойылды. Пішімі 60x84/16.
Қағазы офсеттік. Көлемі 2,31 баспа табақ.
Таралымы 100 дана, Тапсырыс № 24

071400, Семей қаласы, Шұғаев көшесі, 4, тел.: 63-12-17

«ИНТЕЛЛЕКТ» баспа үйі

ИНТЕЛЛЕКТ ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ

Қолданылған әдебиеттер

А.В. Фарков. Математические олимпиады в школе.

5-11 классы. Москва: Айрис-пресс, 2007.

А.В. Фарков. Математические олимпиады. 5-6 классы. Москва: «Экзамен», 2008.

А.В. Фарков. Математические кружки в школе. 5-8 классы. Москва: Айрис-пресс, 2008.

Е. Г Козлова. Сказки и подсказки . – Москва: МЦНМО, 2010.

А.В.Спивак Математический кружок. 6-7 классы Москва: МЦНМО,2010.

Шешуі: Көбейткіштердің арасында $100 \cdot 10^2 = 0$ саны болғандықтан, көбейтіндінің мәні 0-ге тең.

Жауабы: 0.

№5. Ең үлкен біртаңбалы, екітаңбалы, үштаңбалы және төрттаңбалы сандардың қосындысын тап.

Шешуі:

$9+99+999+9999 = (10-1)+(100-1)+(1000-1)+(10000-1)$ деп ойласақ,

$9+99+999+9999 = 11110 - 4 = 11106.$

Жауабы: 11106.

№6. $1+2+3+\dots+2005+2006+2007$ қосындысы 2007-ге бөліне ме? Жауабыңды негізде.

Шешуі: Берілген қосындыны келесі қосылғыштар бойынша жұптап жазу керек:

$(1+2006)+(2+2005)+\dots+(1003+1004)+2007.$

Қосылғыштардың әрқайсысы 2007-ге бөлінетіндіктен, қосындының мәні де 2007-ге бөлінеді.

Жауабы: Қосынды 2007-ге бөлінеді.

№7. Соңғы цифрын анықта: $2003 \cdot 2005 \cdot 2007 - 2000 \cdot 2008$. Жауабыңды негізде.

Шешуі: Көбейткіштерінің бірі 5 цифрымен аяқталғандықтан $2003 \cdot 2005 \cdot 2007$ көбейтіндісі 5 цифрымен, ал көбейткіштерінің бірі 0 цифрымен аяқталғандықтан $2000 \cdot 2008$ көбейтіндісі 0 цифрымен аяқталады. Нәтижесінде айырмада 5 цифрымен аяқталатын сан шығады.

Жауабы: Соңғы цифры 5.

№8. Салмақтары 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 грамм болатын алмаз тастарды салмақтары тең болатындай етіп, төрт сандықшаға қалай орналастыруға болады? Жауабыңды негізде.

Шешуі: Әр сандықшадағы алмаз тастардың жалпы салмағы

7 грамнан болуы керек:

$$(1+2+3+4+5+6+7):4=28:4=7 \text{ (г)} .$$

Былайша орналастыруға болады:

$$7+(1+6)+(2+5)+(3+4).$$

Жауабы: 7 грамнан.

№9. $11 \times 21 \times 31 \times 41 \times 51 - 1$ саны 10-ға бөліне ме?

Шешуі: 1 цифрымен аяқталатын барлық сандардың көбейтіндісі 1 цифрымен аяқталады. Шыққан саннан 1-ді шегергенде нәтижесінде 0 цифрымен аяқталатын сан шығады. Ол сан 10-ға бөлінеді.

Жауабы: Иә, сан 10-ға бөлінеді.

№10. Теңдеуді шеш:

$$1-(2-(3-(\dots(1998-(1999-(2000-x))\dots)))=1000$$

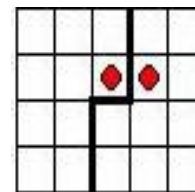
Шешуі: Жақшаны ашқанда $1-2+3-4+\dots+1999-2000+x=1000$ теңдеуін аламыз. Әр айырманың (1-2, 3-4, ..., 1999-2000) мәні -1-ге тең. Осындай айырмалар саны 1000 болады, онда

$$-1 \cdot 1000 + x = 1000,$$

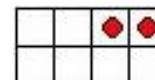
$$-1000 + x = 1000,$$

$$x = 2000.$$

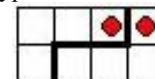
Жауабы: $x=2000$.



№3. Суретте берілген фигураны қию сызықтары торкөздің қабырғаларының бойымен өтетіндей және әр бөлігінде бір дөңгелек болатындай етіп бірдей екі бөлікке бөл.

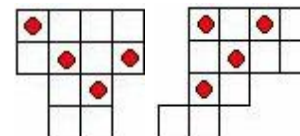


Шешуі: Суреттегідей.

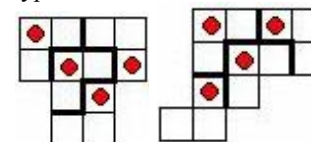


№ 4.

Суретте берілген фигураны қию сызықтары торкөздің қабырғаларының бойымен өтетіндей және әр бөлігінде бір дөңгелек болатындай етіп бірдей төрт бөлікке бөл.



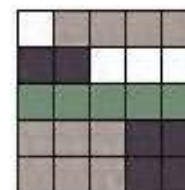
Шешуі: Суреттегідей.



№ 5.

Квадрат 25 торкөзден тұрады. Оны жеті әртүрлі тіктөртбұрышқа бөлу керек.

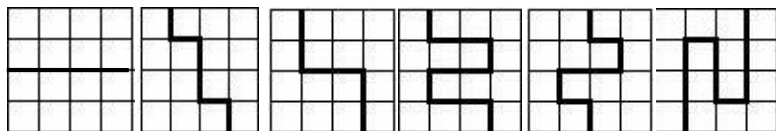
Шешуі: Суреттегідей.



Қию есептері.

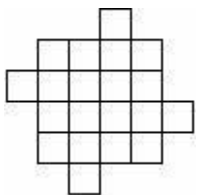
№1. Квадрат 16 торкөзден тұрады. Квадратты қию сызықтары торкөздің қабырғаларының бойымен өтетіндей тең екі бөлікке бөл. Есептің неше шешімі бар?

Шешуі: Есептің 6 шешімі бар. Суреттегідей.



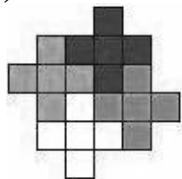
Жауабы: Есептің 6 шешімі бар.

№2. Суреттегі фигураны қию сызықтары торкөздің қабырғаларының бойымен өтетіндей бірдей төрт бөлікке бөл. Есепті 2 шешімін көрсет.

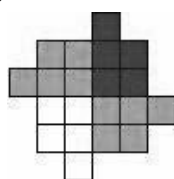


Шешуі: Суреттегідей.

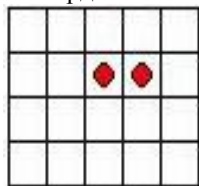
1)



2)



№2. Суретте берілген фигураны қию сызықтары торкөздің қабырғаларының бойымен өтетіндей және әр бөлігінде бір дөңгелек болатындай етіп бірдей екі бөлікке бөл.



Шешуі: Суреттегідей.

Сандар тізбегі

№1. Келесі екі санды анықта: 2, 3, 4, 5, 6, 7,

Шешуі: Берілген сандар өсу ретімен жазылғандықтан, келесі екі сан 8 және 9 сандары

Жауабы: 8 және 9 сандары.

№2. Келесі екі санды анықта: 10, 9, 8, 7, 6, 5,

Шешуі: Берілген сандар кему ретімен жазылғандықтан, келесі екі сан 4 және 3.

Жауабы: 4 және 3 сандары.

№3. Сандар белгілі бір ереже бойынша қойылған. Осы ереже бойынша келесі екі санды анықта: 5, 10, 15, 20, 25,

Шешуі: Берілген сандар 5 санының еселіктері болғандықтан, келесі екі сан 30 және 35.

Жауабы: 30 және 35 сандары.

№4. Сандар белгілі бір ереже бойынша қойылған. Осы ереже бойынша келесі екі санды анықта: 6, 9, 12, 15, 18,

Шешуі: Берілген сандар 3 санының еселіктері болғандықтан, келесі екі сан 21 және 24.

Жауабы: 21 мен 24 сандары.

№5. Төмендегі сандар тізбегі белгілі бір ережеге сәйкес алынған. Келесі екі санды анықта: 8, 8, 6, 6, 4, 4

Шешуі: 2 мен 2 сандары сәйкес келеді, себебі әрбір келесі екі сан алдыңғы екі саннан 2-ге кем болу керек.

Жауабы: 2 мен 2 сандары.

№6. Келесі екі санды анықта: 3, 7, 11, 15, 19, 23

Шешуі: 27 мен 31 сандары сәйкес келеді, себебі әрбір келесі сан алдыңғы саннан 4-ке артық болу керек.

Жауабы: 27 мен 31.

№7. Келесі екі санды анықта: 9, 1, 7, 1, 5, 1

Шешуі: 3 және 1 сандары сәйкес келеді, себебі тақ орындарда келесі сан алдыңғысынан 4-ке кем, ал жұп орындардағы барлық сан 1-ге тең.

Жауабы: 3 пен 1.

№8. Төмендегі сандар тізбегі белгілі бір ережеге сәйкес алынған. Осы ереже бойынша келесі екі санды анықта:

4, 5, 8, 9, 12, 13

Шешуі: 16 және 17 сандары сәйкес келеді, себебі сандар тізбегі әрқайсысы алдыңғысынан 4-ке артық болатын бірі 4-тен, екіншісі 5-тен басталатын екі қатардан біріктірілген.

Жауабы: 16 және 17.

№9. Төмендегі сандар тізбегі белгілі бір ережеге сәйкес алынған. Келесі екі санды анықта: 25, 25, 21, 21, 17, 17,

Шешуі: 13 және 13 сандары сәйкес келеді, себебі әрбір келесі екі сан алдыңғы екі саннан 4-ке кем болу керек.

Жауабы: 13 пен 13.

№10. Сандар белгілі бір ереже бойынша қойылған. Осы ереже бойынша сұрақ белгісінің орнына қандай сан қойылады:

3, 5, 10, 12, 24, 26, ?.

Шешуі: Сандар әрбір келесі сан алдыңғысын 2-ге және 2 есе арттыруды кезектесе орындау арқылы қойылған:

$$3+2=5; \quad 5 \cdot 2=10;$$

$$10+2=12; \quad 12 \cdot 2=24.$$

2) Таразы тепе-теңдікті сақтаса, онда қалған үшінші үймені алдыңғы сияқты өлшеп табамыз.

№12. Таразы арқылы 24 кг шегені 9 және 15 кг етіп екіге қалай бөлуге болады?

Шешуі: Шегелердің санын салмағы бойынша 12 кг болатын тең екі үйіндіге бөлу. Бір үйіндіні 6 кг болатын тең екі үйіндіге бөлу, т.с.с...

Өлшеу қадамдары кестеге сәйкес орындалады.

	1-үйінді	2- үйінді	3- үйінді	4- үйінді
1-ші қадам	12 кг	12 кг	-	-
2-ші қадам	12 кг	6 кг	6 кг	-
3-ші қадам	12 кг	6 кг	3 кг	3 кг
4-ші қадам	15 кг	9 кг	0 кг	0 кг

№13. Гирьсіз табақты таразының көмегімен қаптағы 24 кг шегеден 9 кг шегені өлшеп алуға болады?

Шешуі: Шегелердің санын салмағы бойынша 12 кг болатын тең екі үйіндіге бөлу. Бір үйіндіні 6 кг болатын тең екі үйіндіге бөлу, т.с.с..

Өлшеу қадамдары кестеге сәйкес орындалады.

Бастапқыда барлығы 24 кг.

	1-үйінді	2- үйінді	3- үйінді	4- үйінді
1-ші қадам	12 кг	12 кг	-	-
2-ші қадам	12 кг	6 кг	6 кг	
3-ші қадам	12 кг	6 кг	3 кг	3 кг
4-ші қадам	12 кг	9 кг	3 кг немесе 0 кг	0 кг немесе 3кг

Жалған монета екі рет өлшеу арқылы анықталады.

№8. Тоғыз монетаның біреуі жалған және басқаларына қарағанда жеңілірек. Гирьсіз табақты таразының көмегімен жалған монетаны қалай анықтауға болады?

Шешуі: 3 монетадан құралған үймелерге бөледі. Бір рет таразыда өлшеп жалған монетасы бар жеңіл үймені анықтайды.

Екінші рет өлшеп жалған монетаны анықтайды.

№9. 27 монетаның біреуі жалған және басқаларына қарағанда жеңілірек. Гирьсіз табақты таразының көмегімен жалған монетаны қалай анықтауға болады?

Шешуі: 9 монетадан құралған үймелерге бөледі.

Бір рет өлшегенде жалған монетасы бар жеңіл үймені анықтайды. Бұдан кейін 9 монетаны 3 монетадан құралған үймелерге бөледі. Екінші рет өлшегенде жалған монетасы бар жеңіл үймені анықтайды.

Үшінші рет өлшеп жалған монетаны анықтайды.

№10. 4 қапта салмақтары 10 грамнан шынайы монеталар, ал бір қапта салмақтары 11 грамнан жалған монеталар бар. Таразымен 1 рет өлшеу арқылы жалған монеталары бар қапты анықтау керек.

Шешуі: Қаптарды 1-ден 5-ке дейін нөмірлейді.

Әр қаптан нөміріне тең монеталарды санап алады. Егер барлығы шынайы монета болса, онда олардың салмағы $10+20+30+40+50=150$ (г) болар еді. Бір қапта монеталар жалған болғандықтан, алынған монеталар салмақтарының соңғы цифры сол қаптың нөмірін білдіреді.

Мысалы, нәтижеде 152 саны шықса, онда жалған монета екінші қапта болғаны анықталады.

№11. 15 шынайы тиын және басқаларынан жеңіл бір жалған тиын бар. Гирьсіз табақты таразының көмегімен үш рет өлшеп қалай жалған тиынды табуға болады?

Шешуі: Барлық тиындарды 5-тен үш үймеге бөлеміз. Бір үймені таразының сол жағындағы табағына салып, ал екіншіні – оң жағына саламыз, сонда екі жағдай болуы мүмкін.

1) Таразы тепе-теңдікте болмауы мүмкін. Бұл жағдайда жалған тиын жеңіл жағында болады. Онда бұл бес тиындарды тағы үш үймеге бөлеміз. Сонда бірінші мен екіншіде екі тиындардан, ал үшіншіде бір тиын болады. Алғашқы екі үймені таразыға салып өлшейміз. Сонда тепе-теңдік сақталса, онда үшінші үймедегі бір тиын жалған, ал сақталмаса онда тағы бір рет өлшеп екеуінің қайсысы жеңіл екенін анықтаймыз.

$$24+2=26;$$

$$26-2=52.$$

Жауабы: 52 саны.

№11. Сұрақ белгісінің орнына қандай сан қойылу керек:

$$1, 1, 2, 4, 8, 32, ?.$$

Шешуі: Сандар мына ереже бойынша қойылған:

$$1 \cdot 2 = 2; \quad 2 \cdot 2 = 4; \quad 2 \cdot 4 = 8; \quad 4 \cdot 8 = 32; \quad 8 \cdot 32 = 256.$$

Жауабы: 256 саны.

№12. Сұрақ белгісінің орнына қандай сан қойылу керек:

$$24, 12, 48, 16, 80, 20, 120, ?, 168.$$

Шешуі: Сандар мына ереже бойынша қойылған:

$$\begin{array}{ll} 24:2=12; & 12 \cdot 4=48; \\ 48:3=16; & 16 \cdot 5=80; \\ 80:4=20; & 20 \cdot 6=120; \\ 120:5=24; & 24 \cdot 7=168. \end{array}$$

Жауабы: 24 саны.

№13. Сұрақ белгісінің орнына қандай сан қойылу керек:

$$3, 4, 6, 18, 19, 21, 63, ?.$$

Шешуі: Сандар мына ереже бойынша қойылған:

$$\begin{array}{lll} 3+1=4; & 4+2=6; & 6 \cdot 3=18; \\ 18+1=19; & 19+2=21; & 21 \cdot 3=63; \\ & & 63+1=64. \end{array}$$

Жауабы: 64 саны.

№14. Төмендегі сандар тізбегі белгілі бір ережеге сәйкес алынған. Сол ереже бойынша сұрақ белгісінің орнына қай сан келетінін анықта:

21, 20, 18, 15, 11, ?.

Шешуі: Сандар тізбегі әрбір келесі сан алдыңғысынан 1-ден басталатын сандарды өсу ретімен шегеру арқылы қойылған.

$21-1=20$; $20-2=18$; $18-3=15$; $15-4=11$; $11-5=6$.

Жауабы: 6 саны.

№15. Төмендегі сандар тізбегі белгілі бір ережеге сәйкес алынған. Сол ереже бойынша сұрақ белгісінің орнына қай сан келетінін анықта:

28, 37, 34, 41, 39, 44, ?, 46.

Шешуі: Сандар мына ереже бойынша қойылған:

$28+9=37$; $37-3=34$;

$34+7=41$; $41-2=39$;

$39+5=44$; $44-1=43$;

$43+3=46$.

Жауабы: 46 саны.

№16. Төмендегі сандар тізбегі белгілі бір ережеге сәйкес алынған. Сол ереже бойынша сұрақ белгісінің орнына қай сан келетінін анықта:

5, 15, 13, 52, 48, 240, ?.

Шешуі: Сандар мына ереже бойынша қойылған:

$5 \cdot 3=15$; $15-2=13$;

$13 \cdot 4=52$; $52-4=48$;

$48 \cdot 5=240$; $240-6=234$ немесе $240-8=232$.

Жауабы: 234 саны немесе 232 саны.

№17. Сұрақ белгісінің орнына қандай сан қойылу керек:

1, 4, 12, 15, ?, 48, 144

Шешуі: Сандар мына ереже бойынша қойылған:

$1+3=4$, $4 \cdot 3=12$

№5. Алты монетаның біреуі жалған және басқаларына қарағанда жеңілірек. Гирьсіз табақты таразының көмегімен жалған монетаны қалай анықтауға болады?

Шешуі: 3 монетадан өлшейді. Жалған монета жеңіл үймеде болатындықтан, оны екінші есептегідей екі рет өлшеу арқылы анықтауға болады.

№6. Жеті монетаның біреуі жалған және басқаларына қарағанда жеңілірек. Гирьсіз табақты таразының көмегімен жалған монетаны қалай анықтауға болады?

Шешуі: 3 монетадан өлшейді.

Таразының табақтары тепе-теңдікте болса, онда қалған монета жалған болады; егер олар тепе-теңдікте болмаса, онда жалған монета таразының жеңіл табағында болады. Осы табақтан екі монета алып өлшейді: олар тепе-теңдікте болса, онда қалған монета жалған болады; егер тепе-теңдікте болмаса, онда жалған монета таразының жеңіл табағында болады. Басқаша да анықтауға болады: 4 және 3 монетадан екі үйме жасап, алдымен төрт монетасы бар үймеден екі монетадан алып өлшейді.

Егер таразының табақтары тепе-теңдікте болса, онда жалған монета үш монетасы бар үймеде болады. Ары қарай екінші есептегідей өлшеп, жалған монеталарды анықтауға болады. Егер таразының табақтары тепе-теңдікте болмаса, онда жалған монета таразының жеңіл табағында болады.

Екі рет өлшеу арқылы анықталды.

№7. Сегіз монетаның біреуі жалған және басқаларына қарағанда жеңілірек. Гирьсіз табақты таразының көмегімен жалған монетаны қалай анықтауға болады?

Шешуі: 4 монетадан немесе 2, 3 және 3 монеталардан құралған үймелерге бөледі.

1-тәсіл. Бірінші рет өлшегенде 4 монетадан жеңіл үймені анықтайды. Одан соң №3 есептегідей орындайды. (барлығы-3 өлшеу)

2-тәсіл. Алдымен үш монетадан алып өлшейді. Олар таразының табақтары тепе-теңдікте болса, онда жалған монета қалған монеталардың ішінде болады. Оны екінші өлшеу арқылы анықтайды.

Егер таразының табақтары тепе-теңдікте болмаса, онда жалған монета жеңіл табағындағы үш монетаның арасында болады. Оны екінші өлшеу арқылы анықтайды (№2 есеп).

Таразыда өлшеу

№1. Екі монетаның біреуі жалған және екіншісінен жеңіл. Гирьсіз табақты таразының көмегімен жалған монетаны қалай анықтауға болады?

Шешуі: Таразының әр табағына бір монетадан салу керек. Жалған монета жеңіл табағында болады.

№2. Үш монетаның біреуі жалған және басқаларына қарағанда жеңіл. Гирьсіз табақты таразының көмегімен жалған монетаны қалай анықтауға болады?

Шешуі: Таразының табактарына екі монетадан салу керек. Егер олар тең қалыпта болса, онда қалған монета жалған болады; егер тепе-теңдікте болмаса, онда жалған монета таразының жеңіл табағында болады.

№3. Төрт монетаның біреуі жалған және басқаларына қарағанда жеңіл. Гирьсіз табақты таразының көмегімен жалған монетаны қалай анықтауға болады?

Шешуі: Монеталарды екі монетадан екіге үймеге бөліп, таразыға салу керек. Жалған монета жеңіл үймеде болады. Таразының әр табағына жеңіл үймедегі монеталарды бір-бірден салу керек. Жалған монета жеңіл табакта болады.

Бір монетадан да өлшеуге болады. Егер таразы табактары тепе-теңдікте болса, онда олардың арасында жалған монета болмайды. Осыдан кейін қалған екі монетаны өлшеп жалған монетаны анықтайды. Бастапқы өлшеуде таразы табактары тепе-теңдікте болмаса, жалған монетаны бірден анықтауға болады.

Сонымен ең аз дегенде 2 рет өлшеу арқылы жалған монетаны анықтауға болады.

Бірден дұрыс тапса, бір рет өлшеп анықтай алады.

№4. Бес монетаның біреуі жалған және басқаларына қарағанда жеңілірек. Гирьсіз табақты таразының көмегімен жалған монетаны қалай анықтауға болады?

Шешуі: Таразының табактарына екі монетадан салу керек. Егер олар тепе-теңдікте болса, онда қалған монета жалған болады; егер тепе-теңдікте болмаса, онда жалған монета таразының жеңіл табағында болады.

Екі рет өлшеу арқылы анықталды.

$$12+3=15, \quad 15 \cdot 3=45$$

$$45+3=48, \quad 48 \cdot 3=144$$

Жауабы: 45 саны.

№18. Қай сан артық: 18, 39, 47, 51, 75?

Шешуі: Берілген сандар 3-ке еселік болғандықтан, 47 саны артық сан.

Жауабы: 47 саны артық.

№19. 1-ден 50-ді қоса алғандағы сандардың ішінде тақ цифрлармен ғана жазылған сандар нешеу? Олардың қосындысын тап.

Шешуі: 1-ден 50-ді қоса алғандағы сандардың ішінде тақ цифрлармен ғана жазылған 15 сан бар:

$$1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 31, 33, 35, 37, 39.$$

Гаусс әдісін қолданса, олардың қосындысы $(1+39)+(3+37)+(5+35)+(7+33)+(9+31)+(11+19)+(13+17)+15=40 \cdot 5+30 \cdot 2+15=275$ болады.

Жауабы: Барлығы 15 сан, олардың қосындысы 275.

№20. 1-ден 50-ді қоса алғандағы сандардың ішінде жұп цифрлармен ғана жазылған сандар нешеу? Олардың қосындысын тап.

Шешуі: 1-ден 50-ді қоса алғандағы сандардың ішінде жұп цифрлармен ғана жазылған сандар 14 сан бар:

$$2, 4, 6, 8, 20, 22, 24, 26, 28, 40, 42, 44, 46, 48.$$

Гаусс әдісін қолданса, олардың қосындысы:

$$(2+48)+(4+46)+(6+44)+(8+42)+(20+40)+(22+28)+(24+26)=50 \cdot 4+50 \cdot 2+60=360 \text{ болады.}$$

Жауабы: Барлығы 14 сан, олардың қосындысы 360.

Адамның жасын есептеуге берілген есептер

№1. Футбол командасындағы 11 ойыншының орташа жасы-22 жас. Ойыннан бір ойыншыны шығарып тастағанда, қалған ойыншылардың орташа жасы 21 жас болды. Ойыннан шығарылған ойыншы неше жаста? Жауабыңды негізде.

Шешуі: Футбол командасындағы 11 ойыншының жастарының жалпы қосындысы $22 \cdot 11 = 242$ жас болды, ал бір ойыншы шығарылғаннан кейін жалпы қосынды $21 \cdot 10 = 210$ жас болады.

Бұдан $242 - 210 = 32$ жас.

Жауабы: 32 жас.

№2. Әкесі 27 жаста болғанда баласы 3 жаста еді. Қазір баласының жасы әкесінің жасынан үш есе кіші. Олар қазір неше жаста?

Шешуі: Әкесі мен баласының жас айырмашылығы өзгеріссіз болады және ол 24 жасқа тең. Әкесіне қарағанда баласы үш есе кіші болғандықтан, 24 жас – бұл баласының екі еселенген жасы.

Ендеше баласы 12 жаста, ал әкесі 36 жаста.

Жауабы: Баласы 12 жаста, ал әкесі 36 жаста.

№3. Бес жыл бұрын ағасы мен қарындасының жастарын бірге алғанда 8 жас болды. 5 жылдан соң олардың жастарын бірге алғанда неше жас болады?

Шешуі: 10 жылдан соң олардың әрқайсысының жасына 10 жастан, ал бірге алғанда 20 жас қосылады. 5 жылдан соң олардың жастарын бірге алғанда 28 жас болады.

Жауабы: 28 жас.

№4. Әкесі 32 жаста, баласы 5 жаста. Неше жылдан кейін әкесінің жасы баласының жасынан 10 есе үлкен болады?

Шешуі: Ізделінді жылды x арқылы белгілейік. x жыл өткен соң әкесі $32 + x$ жаста, ал баласы $5 + x$ жаста болады. Әкесінің жасы ол кезде баласының жасынан 10 есе үлкен болуы себепті, мынадай теңдеу шығады:

$$32 + x = 10(5 + x).$$

$$x = -2$$

алатындықтарын айтты. Магнитофон сатып алуы үшін жас мамандардың біреуі келесі жалақысын тосатынын дәлелде.

Дәлелдеуі: Жас мамандардың әрқайсысы магнитофон сатып алуы үшін оларда жалпы $5 \cdot 320 = 1600$ сом болу керек.

Бұдан магнитофон сатып алуы үшін жас мамандардың біреуі келесі жалақысын тосатыны анық.

№9. 15 бала 100 жаңғақ жинады. Балалардың арасында жаңғақтарының сандары бірдей екі бала бар екендігін дәлелде.

Дәлелдеуі: Егер олай болмаса, онда балалар

$0 + 1 + 2 + \dots + 14 = 105$ жаңғақтан кем жинаған болар еді. Бұлай болуы мүмкін емес.

Ендеше балалардың арасында жаңғақтарының сандары бірдей екі бала бар.

№10. Жәшікте 100 қара және 100 ақ шарлар бар. Біртүсті 2 шар болатындай жәшікке қарамай ең аз дегенде неше шар алуға болады?

Шешуі: Жәшіктен екі шар алғанда, олардың түстері әртүрлі болуы мүмкін, сондықтан үш шар алса, жеткілікті. Барлық шарлар екі түсті болғандықтан үш шардың екеуі міндетті түрде біртүсті болады.

Жауабы: 3 шар.

№3. Мектепте 20 сынып бар. Осы мектептің 23 оқушысы мектепке жақын жердегі үйде тұрады. Бір сыныптың кем дегенде екі оқушысы осы үйде тұруы мүмкін екендігін дәлелде.

Дәлелдеуі: Сынып саны (20) оқушылар санынан (23) кем болғандықтан, бір сыныптың екі оқушысы бір үйде тұруы мүмкін.

№4. Мектепте 370 оқушы оқиды. Барлық оқушылардың арасынан туған күндерін бір күнде атап өтетін екі оқушы бар екендігін дәлелде.

Дәлелдеуі: Бір жылда 365 күн болатындықтан, 5 оқушының туған күндері бір күнде болуы да мүмкін. Ендеше барлық оқушылардың арасынан туған күндерін бір күнде атап өтетін екі оқушы да бар болады.

№5. Сыныпта 13 оқушы оқиды. Олардың кем дегенде екеуі туған күндерін бір айда тойлайтынын дәлелде.

Дәлелдеуі: Бір жылда 12 ай болатындықтан, 2 оқушының туған күндері бір айда болады.

Ендеше барлық оқушылардың арасынан туған күндерін бір күнде атап өтетін екі оқушы бар болады.

№6. Үстел басында жүз адам бір-біріне қарама-қарсы қарап отыр. Олардың жартысынан көбі ер адамдар болса, онда қандай да екі ер адам бір-біріне қарама-қарсы отыратынын дәлелде.

Дәлелдеуі: Кері жағдайда әйелдер саны ер адамдардан көп болар еді, бұл есеп шартына қайшы.

Бұдан екі ер адам бір-біріне қарама-қарсы отыратыны анық.

№7. Сыныпта 26 оқушы бар, олардың жартысынан көбі ұл бала. Егер сыныпта 13 парта болса, онда бір партада 2 ұл бала партада отыратынын дәлелде.

Дәлелдеуі: Кері жағдайда қыз балалардың саны ұл балалардан артық болар еді, бұл есеп шартына қайшы.

Ендеше бір партада 2 ұл бала партада отырады.

№8. Бес жас маманның барлығына бірге 1500 сом жалақы төледі. Олардың әрқайсысы жалақыларына бағасы 320 сом магнитофон

«Минус 2 жылдан соң» деген «екі жыл бұрын» деген сөз. Болашақта ешқашан әкесінің жасы баласының жасынан 10 есе үлкен бола алмайды, тек өткен уақытта ғана болуы мүмкін еді.

Жауабы: 2 жыл бұрын әкесінің жасы баласының жасынан 10 есе үлкен болған.

№5. Апасы неше жаста болса, немересі сонша айда. Екеуінің жасын бірге алғанда 65 жас болады. Немересі неше жаста?

Шешуі: Есептің шарты бойынша апасы немересінен 12 есе үлкен екендігі түсінікті. Екеуінің бірге алған жасы немересінің жасынан 13 есе артық болғандықтан,

$$65:13=5(\text{ж}).$$

Жауабы: Немересі 5 жаста.

№6. Бір күні менің танысым былай деді: «Алдыңғы күні мен 40 жаста едім, ал келесі жылы 43 жасқа толамын.» Бұлай болуы мүмкін бе?

Дәлелдеуі: Мүмкін, себебі танысым мұны 1 қаңтар күні айтты, ал оның туған күні 31 желтоқсан еді.

Құюға берілген есептер

№1. 5 литрлік және 3 литрлік ыдыспен қраннан 4 литр суды қалай құйып алуға болады?

Шешуі: Есептің шешімін келесі түрде көрсетуге болады:

а) Бірінші жағдайда

Ыдыстар	Құюлар							
3 литр	0	0	3	0	2	2	3	0
5 литр	0	5	2	2	0	5	4	4

б) Екінші жағдай

Ыдыстар	Құюлар								
3 литр	0	3	0	3	1	1	0	3	0
5 литр	0	0	3	3	5	0	1	1	4

№2. Шырыны бар үшлитрлік бір ыдыс және біреуі-бірлитрлік, екіншісі екілитрлік екі бос ыдыс бар. Үш ыдыстың әрқайсысына бір литрден шырынды қалай құюға болады?

Шешуі: Есептің шешімін келесі түрде көрсетуге болады:

	3 литр	2 литр	1 литр
Алғашында	3	0	0
Бірінші рет құйғаннан соң	2	0	1
Екінші рет құйғаннан соң	2	1	0
Үшінші рет құйғаннан соң	1	1	1

№3. Шырыны бар алтылитрлік бір ыдыс және біреуі-үшлитрлік, екіншісі төртлитрлік екі бос ыдыс бар. Үшлитрлік ыдысқа 1 литр шырынды қалай құюға болады?

Шешуі: Құюлар төмендегі кесте бойынша жүргізіледі:

Дирихле принципі

Кейбір математикалық есептерді шешкенде Дирихле принципі деп аталатын арнайы әдісті қолданады. Осы принциптің әртүрлі тұжырымдамасы бар.

Ең көп тараған түрі: «Егер n ұяшықтарда m қояндар отырса және $m > n$ болса, ұяшықтарда қояндар онда кем дегенде бір ұяшықта екі қоян отырады».

Кері жору арқылы оңайырақ дәлелдеуге болады. Бір қарағанда белгілі болып тұрған сөйлемнің әртүрлі нақты есептерді шешудің неліктен сонша қуатты математикалық әдісі болатыны белгісіз. Есепті шешуде берілгендердің қайсысы «қоянның» және қайсысы «ұяшықтың» рөлінде болатынын анықтау мәселесі ғана қиыншылық түсіреді.

Дирихле принципінің ең қарапайым түрі былай болады: «жеті қоянды әрқайсысында екіден артық етіп үш ұяшықта орналастыруға болмайды». Дирихле принципінің басқаша тұжырымдамасы мынадай: «егер n орынға $n+1$ затты орналастырса, онда бір орында міндетті түрде кем дегенде екі зат орналасады».

Заттың орнына кез келген математикалық объектілер-сандар, кестедегі орындар, кесінділер және т.б. берілуі мүмкін.

№1. Бригадада 7 адам бар және олардың жас шамаларының қосындысы 332-ге тең. Олардың арасынан жас шамаларының қосындысы 142-ден кем емес үш адам бар екендігін дәлелде.

Дәлелдеуі: Бригада жұмысшыларынан мүмкін болатын барлық үштіктер (үш адам) қарастырсақ: үштіктердің саны 35, ал жас шамаларының қосындысы $15 \cdot 332$ болады.

Олардың ішінен жас шамаларының қосындысы $(15 \cdot 332) : 35$ -тен кем, ал 142-ден артық болатын үштік бар болады.

№2. Олимпиадада 10 оқушы 35 есеп шығарды, олардың ішінде бір, екі және үш есеп шығарғандары да бар. Осы оқушылардың арасында кем дегенде бес есеп шығарған оқушы бар екендігін дәлелде.

Дәлелдеуі: Есептің шартынан бес есеп шығарған оқушы бар екендігі белгілі:

$$35 - (1 + 2 + 3) = 29, \text{ себебі } 29 = 7 \cdot 4 + 1.$$

Ендеше кем дегенде бес есеп шығарған оқушы бар болады.

Шешуі: Нұржан Ерболаттың бауыры. Нұржан 1-ші қабатқа түскен кезде 1-ші қабаттың кнопкасына оның бойы жетеді, ал көтерілген кезде Нұржан 5-ші пәтердің кнопкасына ғана қолы жетеді.

№26. Биіктігі 6 метр бағанмен ұлу өрмелеп шығып келеді. Күндіз ол 4 метр биіктікке көтеріледі, ал түнде ол 3 метр төмен түседі. Ол қанша күнде басына шығады?

Шешуі: 1 тәулікте $4-3=1$ (м)

2 тәулікте $1 \cdot 2=2$ (м)

3-күні $2+4=6$ (м)

Жауабы: 3 күнде.

№27. Қанат, Самат, Қуаныш және Мырзабек футбол ойнап жүрген. Олардың біреуі терезені сындырып алды. «Терезені кім сындырды?» деген сұраққа Қанат, Самат, Қуаныш: «Мен емес» деп, ал Мырзабек «Білмеймін» деп жауап берді. Екеуі шынын, ал қалған екеуі өтірік айтқаны белгілі болды. Терезені кім сындырғанын Мырзабек біле ме? Жауабынды түсіндір.

Шешуі: Қанат, Самат, Қуаныш үшеуінің біреуі ғана өтірік айтқаны анық, себебі басқа жағдайда терезені екеуі сындырған болады. Сонда екінші өтірік жауап берген Мырзабек болады, ендеше ол терезені кім сындырғанын біледі.

	6 литр	4 литр	3 литр
Алғашында	6	0	0
Бірінші рет құйғаннан соң	2	4	0
Екінші рет құйғаннан соң	2	1	3
Үшінші рет құйғаннан соң	5	1	0
Төртінші рет құйғаннан соң	5	0	1

№4. Сыйымдылықтары 5 шелек және 3 шелек болатын екі бос бөшкені пайдаланып, сыйымдылығы 8 шелек болатын бөшкедегі толы қвасты екі адам қалай тең етіп құйып алады?

Шешуі: Құюлар төмендегі кесте бойынша жүргізіледі:

	8 шелек	5 шелек	3 шелек
Алғашында	8	0	0
Бірінші рет құйғаннан соң	3	5	0
Екінші рет құйғаннан соң	3	2	3
Үшінші рет құйғаннан соң	6	2	0
Төртінші рет құйғаннан соң	6	0	2
Бесінші рет құйғаннан соң	1	5	2
Алтыншы рет құйғаннан соң	1	4	3
Жетінші рет құйғаннан соң	4	4	0

№5. 3 литрлік және 5 литрлік ыдыспен 1 литр суды қраннан қалай құйып алуға болады?

Шешуі: Құюлар төмендегі кесте бойынша жүргізіледі:

Ыдыстар	Құюлар				
5 литр	0	0	3	3	5
3 литр	0	3	0	3	1

№6. 4 литрлік және 9 литрлік екі шелекпен 6 литр суды өзеннен қалай құйып алуға болады?

Шешуі: Құюлар төмендегі кесте бойынша жүргізіледі:

Ыдыстар	Құюлар								
9 литр	0	9	5	5	1	1	0	9	6
4 литр	0	0	4	0	4	0	1	1	4

№7. 3 литрлік бидонды пайдаланып бензин толы 10 литрлік бидоннан 7 литрлік бидонға 5 литр бензинді қалай құюға болады?

Шешуі: Құюлар төмендегі кесте бойынша жүргізіледі:

Ыдыстар	Құюлар							
10 литр	3	3	6	6	9	9	2	2
7 литр	7	4	4	1	1	0	7	5
3 литр	0	3	0	3	0	1	1	3

№8. Керосинмен толтырылған сыйымдылығы 12 шелек болатын бөшкеден сыйымдылықтары 5 және 9 шелек болатын екі бөшкені пайдаланып, керосинді тең етіп қалай құюға болады?

Шешуі: Құюлар кесте бойынша жүргізіледі.

Ыдыстар	Құюлар						
12 шелек	12	0	5	10	1	1	6
9 шелек	0	7	2	0	9	6	6
5 шелек	0	5	5	2	2	5	0

№9. Сыйымдылықтары 6 шелек, 3 шелек және 7 шелек болатын 3 бөшке бар. Бірінші және үшінші бөшкелерде сәйкесінше 4 және 6 шелек квас бар. Осы үш бөшкені ғана пайдаланып, бірінші және үшінші бөшкелерге квасты тең етіп қалай құюға болады?

Шешуі: Құюлар кесте бойынша жүргізіледі.

Ыдыстар	Құюлар
---------	--------

№22. Айдос, Бақытқазы және Нұржан бір класта оқиды. Мектептен үйлеріне біреуі-автобуспен, екіншісі-трамваймен, үшіншісі –троллейбуспен қайтады. Бір күні сабақтан кейін Айдос досын автобус аялдамасына шығарып салды. Олардың қастарынан троллейбус өтіп бара жатқанда, үшінші дос троллейбустан: «Бақытқазы, сен мектепте дәптеріңді ұмытып кеттің!» деп айқай салды. Достар үйіне қандай көлікпен қайтады?

Шешуі: Есеп шартынан үшінші дос троллейбуста отырғандығы және Айдос досын автобус аялдамасына шығарып салғандығы, бұдан Бақытқазы автобуспен, үшінші дос – Нұржан –троллейбуспен және Айдос трамваймен жүретіні белгілі болады.

№23. Көлде лотос гүлі өсіп тұр. Әр тәулік сайын ол екіге бөлініп, бір гүлдің орнына екі гүл пайда болады. Келесі тәулікте пайда болған гүлдер де екіге бөлініп, осылай жалғаса береді. 30 тәуліктен соң көлдің беті лотос гүлімен толық жабылды. Нешінші күні көлдің беті лотос гүлімен жартылай жабылды?

Шешуі: Есептің шартында айтылғандай көлдің беті 30 тәуліктен соң толық жабылса, онда одан бір тәулік бұрын, яғни 29 тәуліктен соң көлдің беті лотос гүлімен жартылай жабылды.

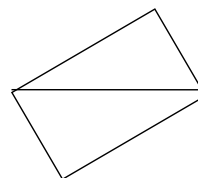
Жауабы: 29 тәуліктен соң.

№24. Бір ертегіде қожайын жұмысшысына мынадай сынақ жасап, былай деді:

-Мына бөшкені тура жартылай суға толтыр. Байқа, ешқандай да арқан, таяқша немесе басқадай бір өлшеу құралын қолданба!?

Жұмысшы бұл сынақтан сүрінбей өтті. Ол қалай жасады?

Шешуі: Жұмысшы көз мөлшерімен бөшкеге жартысынан көбірек етіп су құйып алады да, судың деңгейі бөшкенің түбіне келгенше суды ақырындап төгеді. (2-сурет)



№25. Ерболат пен бауыры Нұржан 14-ші қабатта тұрады. Әр күні таңертең Нұржан далаға қыдыруға шығады. Үйге келгенде лифтпен 5-ші қабатқа дейін көтеріліп, ары қарай жаяу шығады. Нұржан ары қарай неге жаяу шығады?

Жауабы: 20 килограмм.

№19. Кітапта 240 бет бар және оның 60 парағының қалыңдығы 1 см екендігі белгілі болса, кітаптың қалыңдығы қандай?

Шешуі: Әр парақта 2 бет болатындықтан 120 парақта 240 бет бар, бұл 60 парақтан 2 есе артық, яғни 2 см.

Жауабы: 2 сантиметр.

№20. Медет әрқашан тек ақиқат, ал Қанат әрқашан жалған сөйлейді. Олар қандай сұраққа бірдей жауап береді?

Шешуі: «Сенің есімің Медет пе?» деген сұрақ.

№21. Көшеде төрт қыз Ақнұр, Айдана, Әсия, Гүлнұр дөңгелене тұрып әңгімелесті. Жасыл көйлекті қыз (Ақнұр мен Айдана емес) көгілдір көйлектегі қызбен Әсияның арасында тұр. Ақ көйлектегі қыз қызғылт көйлектегі қызбен Айдананың арасында тұр. Қыздар қандай көйлек киген?

Шешуі: Кесте құрамыз. Есеп шартында Ақнұр мен Айдананың көйлегі жасыл емес, олай болса, Ақнұр, Айдана, Әсияға (-) қоямыз. Жасыл көйлекті Гүлнұр.

Олай болса Гүлнұрдың көйлегі көгілдір, қызғылт, ақ емес. Айдананың көйлегі көгілдір (+) қоямыз. Ақ көйлекті қыз қызғылт көйлекті қызбен Айдананың арасында тұр.

Демек, есеп шартынан ақ көйлекті Ақнұр (+), қызғылт көйлекті Әсия (+) қоямыз.

	Ақнұр	Айдана	Гүлнұр	Әсия
Жасыл көйлекті	-	-	+	-
Көгілдір көйлекті	-	+	-	-
Ақ көйлекті	+	-	-	-
Қызғылт көйлекті	-	-	-	+

Жауабы: Гүлнұр жасыл, Айдана көгілдір, Ақнұр ақ, Әсия қызғылт көйлекте.

7 шелек	6	6	7	2	2	5
6 шелек	4	1	1	6	5	5
3 шелек	0	3	2	2	3	0

№10. Сыйымдылықтары 24, 13, 11 және 5 шелек болатын 4 бөшке бар. Үлкен бөшке бензинмен толтырылған. Бензинді тең етіп, 8 шелектен үш ыдысқа құю керек.

Шешуі: Құюлар кесте бойынша жүргізіледі.

Ыдыстар	Құюлар						
24 шелек	24	11	11	11	6	6	8
13 шелек	0	13	8	8	8	8	8
11 шелек	0	0	0	5	5	8	8
5 шелек	0	0	5	0	5	2	0

№11. Сыйымдылықтары 4 литр және 9 литр екі шелекпен 7 литр суды өзеннен қалай құйып алуға болады?

Шешуі: Құюлар кесте бойынша жүргізіледі.

Ыдыстар	Құюлар										
4 литр	0	4	0	4	0	4	3	3	0	4	0
9 литр	0	0	4	4	8	8	9	0	3	3	7

№12. Сыйымдылықтары 11 литр және 9 литр екі шелекпен 4 литр суды өзеннен қалай құйып алуға болады?

Шешуі: Құюлар кесте бойынша жүргізіледі.

Ыдыстар	Құюлар						
9 литр	0	0	9	0	2	2	9
11 литр	0	11	2	2	0	11	4

Әртүрлі логикалық есептер

№1. Бес балықшы бес көксеркені бес күнде жеді. Он балықшы он көксеркені неше күнде жейді?

Шешуі: Бес балықшы бес күнде бес көксерке жеді. Басқа бес балықшы да сол бес күнде бес көксерке жейді. Демек, он балықшы бес күнде он көксерке жейді.

Жауабы: 5 күн.

№2. Үш тауық үш күнде үш жұмыртқа табады. Он екі тауық он екі күнде неше жұмыртқа табады?

Шешуі: Үш тауық 3 күнде 3 жұмыртқа тапса, онда 3 тауық 12 күнде 4 есе артық жұмыртқа табады, ал 12 тауық 12 күнде тағы да 4 есе, яғни 48 жұмыртқа табады.

Есепті кесте көмегімен шешуге де болады:

Тауықтар саны	Күндер саны	Жұмыртқа саны
3	3	3
3	12	$3 \cdot 4 = 12$
12	12	$12 \cdot 4 = 48$

Жауабы: 48 жұмыртқа.

№3. 3 оқушы 3 минутта 3 ұшақ жасайды. 9 минутта 9 ұшақты неше оқушы жасайды?

Шешуі: 3 оқушы 3 минутта 3 ұшақ жасайтындықтан, олар 9 минутта 9 ұшақты жасайды.

Жауабы: 3 оқушы.

№16. Таразының бір табағындағы бүтін бір ірімшік пен екіншісіндегі осындай ірімшіктің $\frac{3}{4}$ бөлігі және $\frac{3}{4}$ кг болатын гирлер жиынтығы теңесіп тұр. Бүтін ірімшіктің салмағы қандай?

Шешуі: Ірімшіктің төрттен бір үлесі $\frac{3}{4}$ кг. Бұдан бүтін ірімшіктің салмағы $\frac{12}{4}$ кг, яғни 3 килограмм.

Жауабы: 3 килограмм.

№17. 6 жылқы және 40 сиырға күніне 472 кг шөп, ал 12 жылқы және 37 сиырға 514 кг шөп береді. Осындай нормамен 15 қазан мен 25 наурыз аралығында (кібісе емес жылы) 30 жылқы және 90 сиырға қанша шөп керек?

Шешуі: Есеп шартының бірінші сөйлемінен 12 жылқы және 80 сиырға күніне $472 \cdot 2 = 944$ кг шөп керек.

$80 - 37 = 43$ болғандықтан,

43 сиырға күніне: $944 - 514 = 430$ (кг),

1 сиырға күніне 10 кг, 40 сиырға күніне 400 кг,

90 сиырға күніне 900 кг шөп керек.

1 жылқыға күніне $(472 - 400) : 6 = 12$ кг,

30 жылқыға күніне $12 \cdot 30 = 360$ кг шөп керек.

15 қазан мен 25 наурыз аралығында 162 күн болғандықтан,

30 жылқы және 90 сиырға $162 \cdot (360 + 900) = 204120$ кг шөп керек.

Жауабы: 204120 килограмм шөп.

№18. Бірге алғандағы Арай мен Перизаттың салмақтары 40 кг, Перизат пен Айжанның салмақтары 50 кг, Айжан мен Аяулымның салмақтары 90 кг, Аяулым мен Айдананың салмақтары 100 кг, Айдана мен Арайдың салмақтары 60 кг тартады. Арайдың салмағы қандай?

Шешуі: Есептегі бес шартты жинақтасақ, қыздардың екі еселенген салмағы 340 килограмм екендігі анықталады.

Айдана, Аяулым, Айжан мен Перизаттың салмақтары $50 + 100 = 150$ (кг) болғандықтан,

Арайдың салмағы $340 : 2 - 150 = 170 - 150 = 20$ (кг)

№12. Айдос пен Бауыржанның бірге алғанда 11 жаңғағы, Айдос пен Бекзаттың 12 жаңғағы, Бауыржан мен Бекзаттың 13 жаңғағы бар. Айдос, Бауыржан және Бекзат үшеуінде барлығы неше жаңғақ бар?

Шешуі: Есептегі үш шартты жинақтасақ, жаңғақтардың екі еселенген саны 36 екендігі анықталады.

Айдос, Бауыржан және Бекзат үшеуінде барлығы: $36:2=18(\text{ж})$

Жауабы: 18 жаңғақ.

№13. Бір кірпіштің салмағы жарты кірпіш пен 2 килограммға тең. Бір кірпіштің салмағы қандай?

Шешуі: Есеп шартынан жарты кірпіш 2 килограмм екендігі түсінікті.

Ендеше бір кірпіштің салмағы 4 кг.

Жауабы: 4 килограмм.

№14. Мысықтың салмағын тап, егер ол 0,5 кг және өз салмағының 0,8-іне тең екендігі белгілі болса.

Шешуі: 0,5 килограмм мысық салмағының 0,2-ін құрайды.

Ендеше мысық салмағы: $0,5: 0,2=2,5(\text{кг})$

Жауабы: 2,5 килограмм.

№15. Поезд ұзындығы 450 м көпірден 45 секундта, ал бағдаршамнан 15 секундта жүріп өтеді. Поездың ұзындығы мен жылдамдығын тап.

Шешуі: Поезд 45 секунд ішінде көпірдің ұзындығы мен поездың ұзындығына тең, ал 15 секундта поездың ұзындығына тең арақашықтықты жүріп өтеді.

Бұдан ұзындығы 450 м арақашықтықты 30 секундта жүріп өтеді, яғни жылдамдығы $450:30=15(\text{м/с})$.

Енді поездың ұзындығын бағдаршамның жанынан өткен уақыты бойынша анықтауға болады

$15 \cdot 15=225(\text{м})$.

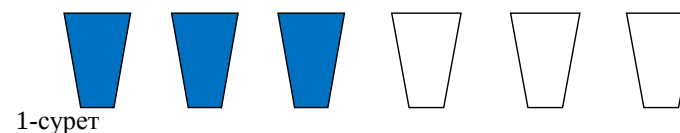
Жауабы: Поездың ұзындығы 225 метр, жылдамдығы 15 м/с.

№4. 25 сомды құны 1; 3 немесе 5 сомдық болатын 10 монетаға майдалауға бола ма?

Шешуі: Жоқ. Барлық монеталардың құны-тақ сандар, ал тақ сандардың жұп қосындысынан жұп сан шығады, сондықтан 25 сомды құны 1; 3 немесе 5 сомдық болатын 10 монетаға майдалауға болмайды.

Жауабы: Майдалауға болмайды

№5. Алдарыңызда үшеуінде суы бар, ал үшеуі бос 6 ыдыс тұр. Бос ыдыстар мен суы бар ыдыстар кезектесіп тұратындай етіп бір ыдысты ғана қозғау керек. (1-сурет)



Шешуі: Екінші ыдыстағы суды бесінші ыдысқа құю керек.

№6. Мұғалім сабақта қиын есеп берді. Нәтижесінде осы есептерді шығарған ұлдар саны осы есептерді шығара алмаған қыздар санына тең. Сыныпта есепті шығарған ұлдар саны көп пе, әлде шығара алмаған қыздар саны көп пе?

Шешуі: Барлық оқушыларды екі топқа бөлу керек: бірінші –ұлдар тобы, екінші –қыздар тобы. Содан соң есеп шығара алмаған қыздарды бірінші топқа, ал есеп шығарған ұлдарды екінші топқа ауыстырса, бұдан топтағылардың саны өзгермейді. Бірақ бірінші топта есеп шығара алмаған оқушылар, ал екінші топта есеп шығарған оқушылар болады.

Сондықтан сыныпта есеп шығарған ұлдар саны мен есеп шығара алмаған қыздар саны бірдей.

Жауабы: Бірдей.

№7. Мектепте өткен сайыста 20 тапсырма болды. Бір дұрыс жауап үшін 12 ұпай есептелді, ал бір дұрыс емес жауап үшін 10 ұпай шегерілді. Егер оқушы 86 ұпай жинаса, олар неше тапсырмаға дұрыс жауап берді?

Шешуі: x - дұрыс жауаптардың саны.

Осыдан, $20x - 10 \cdot (20 - x) = 86$, бұдан $x = 13$.

Кесте құрып, шешуге де болады:

Дұрыс жауаптар саны	20	19	18	17	16	15	14	13	12
Дұрыс емес жауап саны	240	218	196	174	152	130	108	86	64

Жауабы: 13 дұрыс жауап.

№8. Математика пәнінен өткен олимпиадада 6 тапсырма болды. Бір дұрыс жауап үшін 7 ұпай есептелді, ал бір дұрыс емес жауап үшін 3 ұпай шегерілді. Егер үш оқушы сәйкесінше 12; 2 және 32 ұпай жинаса, олар неше тапсырмаға дұрыс жауап берді?

Шешуі: Кесте құрып, шешуге болады:

Дұрыс жауаптар саны	6	5	4	3	2	1	0
Дұрыс емес жауап саны	0	1	2	3	4	5	6
Жинаған ұпайлар	42	32	22	12	2	-8	-18

Жауабы: 3 тапсырма, 2 тапсырма және 5 тапсырма.

№9. Үш баланың әрқайсысында аздаған алмалары бар. Әрқайсысында қанша алмадан болса, бірінші бала өз алмасынан сонша алма береді. Содан кейін екінші бала басқа екеуінде қанша алма болса, соншадан береді. Сол сәтте екі балада қанша алмадан болса, үшінші бала екеуінің әрқайсысына сонша алмадан береді. Осыдан кейін балалардың әр қайсысында 8 алмадан қалады. Әр балада алғашында қанша алмадан болды?

Шешуі: Есепті соңынан бастап шешеді.

Кесте құру арқылы да шешуге болады:

Баланың нөмірі	1	2	3
Ең соңындағы алма саны	8	8	8
Үшінші бала бермей тұрғандағы алма саны	$8:2=4$	$8:2=4$	$8+4+4=16$
Екінші бала бермей тұрғандағы алма саны	$4:2=2$	$4+2+8=14$	$16:2=8$
Алғашқыдағы алма саны	$2+4+7=13$	$14:2=7$	$8:2=4$

№10. Ерасыл мектепке автобуспен барып, кері жаяу қайтқанда немесе керісінше жаяу барып, автобуспен қайтқанда 1 сағ 30 мин, ал автобуспен барып, автобуспен қайтқанда 30 мин жұмсайды. Ерасылға мектепке жаяу барып, жаяу қайтуы үшін қанша уақыт керек?

Шешуі:

1) Автобуспен барғанда немесе автобуспен қайтқанда жұмсайтын уақыты: 30 мин:2=15 мин.

2) Жаяу барғанда немесе жаяу қайтқанда жұмсайтын уақыты:

1 сағ 30 мин-15 мин=1 сағ 15 мин.

3) Мектепке жаяу барып, жаяу қайтуы үшін жұмсайтын уақыты: 1 сағ 15 мин:2=2 сағ 30 мин.

Жауабы: 2 сағ 30 мин.

№11. Айдос балық аулауға бірінші жолы велосипедпен барып, көп балық аулағандықтан жаяу қайтты. Барлық жолына 40 минут жұмсады. Екінші жолы ол велосипедпен барып, велосипедпен қайтты және барлығы 20 минут уақыт жұмсады. Айдосқа осы жолды жаяу барып қайтуы үшін қанша уақыт керек?

Шешуі: Жолдың бір шетіне велосипедке қарағанда 20 мин көп жұмсаса, онда жолдың екі шетіне 40 мин көп жұмсайды.

Ендеше барып қайту үшін 1 сағат жұмсайды.

Жауабы: 1 сағат.